

Total No. of Printed Pages—15

2 SEM TDC GEMT (CBCS) 2 (A/B)

2 0 2 3

(May/June)

MATHEMATICS

(Generic Elective)

Paper : GE-2

Full Marks : 80

Pass Marks : 32

Time : 3 hours

*The figures in the margin indicate full marks
for the questions*

Paper : GE-2 (A)

(Differential Equations)

1. (a) অৱকল সমীকৰণৰ অনুকল উৎপাদক বুলিলে কি বুজা ? 1
What do you mean by an integrating
factor of a differential equation?
- (b) দেখুওৱা যে তলৰ অৱকলীয় সমীকৰণটো যথার্থ নহয় : 1
Show that the following differential
equation is not exact :

$$y dx + 2x dy = 0$$

(2)

- (c) ইঙ্গপেকচন পদ্ধতি ব্যৱহাৰ কৰি তলৰ অৱকলীয় সমীকৰণটো সমাধান কৰা : 2

Solve by the method of inspection of the following differential equation :

$$x dy - y dx = xy^2 dx$$

- (d) যি কোনো তিনিটাৰ সমাধান কৰা : 4×3=12
Solve any three :

(i) $(2x - y + 1) dx + (2y - x - 1) dy = 0$

(ii) $y(1 + xy) dx + x(1 - xy) dy = 0$

(iii) $(x^2 y - 2xy^2) dx - (x^3 - 3x^2 y) dy = 0$

(iv) $(x^2 + y^2 + 1) dx - 2xy dy = 0$

(v) $x dy - y dx + a(x^2 + y^2) dx = 0$

2. (a) দেখুওৱা যে $1, x, x^2$ ফলনকেইটা বৈখিকভাৱে স্বতন্ত্ৰ। 2

Show that the functions $1, x, x^2$ are linearly independent.

- (b) প্ৰথম ক্ৰম আৰু তিনি ঘাতৰ অৱকল সমীকৰণ এটা লিখা। 1

Write a differential equation of order one and degree three.

(3)

- (c) যি কোনো দুটাৰ সমাধান কৰা : 3×2=6
Solve any two :

(i) $xy(p^2 + 1) = (x^2 + y^2)p$

(ii) $y = 3x + \log p$

(iii) $y^2 \log y = xpy + p^2$

- (d) প্ৰমাণ কৰা যে অৱকল সমীকৰণ $y'' - 5y' + 6y = 0$ ৰ সমাধান e^{2x} আৰু e^{3x} বৈখিকভাৱে স্বতন্ত্ৰ। উক্ত সমীকৰণৰ $y(0) = 0$ আৰু $y'(0) = 1$ চৰ্তসাপেক্ষে বিশেষ সমাধান $y(x)$ নিৰ্ণয় কৰা। 6

Show that e^{2x} and e^{3x} are linearly independent solutions of $y'' - 5y' + 6y = 0$ and find the solution $y(x)$ with the properties $y(0) = 0$ and $y'(0) = 1$.

- (e) বনফ্ৰিয়ান ব্যৱহাৰ কৰি দেখুওৱা যে x, x^2, x^3 ফলনকেইটা স্বতন্ত্ৰ। এই স্বতন্ত্ৰ সমাধানকেইটাক নিৰ্দেশ কৰা অৱকল সমীকৰণটো নিৰ্ণয় কৰা। 5

Use Wronskian to show that x, x^2, x^3 are independent. Determine the differential equation with these as independent solutions.

(4)

অথবা / Or

যদি $y = e^{2x}$

$$(2x+1)\frac{d^2y}{dx^2} - 4(x+1)\frac{dy}{dx} + 4y = 0$$

সমীকরণের এটা বিশেষ সমাধান হয়, তেজ্ঞে সমীকরণটোৰ ক্ৰম হ্রাস কৰি বৈখিকভাৱে স্বতন্ত্ৰ সমাধান উলিওৱা।

Given that $y = e^{2x}$ is a solution of

$$(2x+1)\frac{d^2y}{dx^2} - 4(x+1)\frac{dy}{dx} + 4y = 0$$

then find a linearly independent solution by reducing the order.

3. (a) যদি ধ্ৰুৱক সহগযুক্ত দ্বিমাাত্রাব সমজাতীয় বৈখিক সমীকৰণ এটাৰ সহায়ক সমীকৰণৰ মূল $2 \pm 3i$ হয়, তেজ্ঞে সমীকৰণটোৰ সাধাৰণ সমাধান লিখা।

1

If $2 \pm 3i$ are roots of the auxiliary equation corresponding to a certain second-order homogeneous linear equation with constant coefficient, then write the general solution.

- (b) যি কোনো এটাৰ সমাধান কৰা :

4

Solve any one :

$$(i) \frac{d^2y}{dx^2} - 3\frac{dy}{dx} + 2y = 4x^2$$

$$(ii) \frac{d^2y}{dx^2} - y = 3x^2 e^x$$

P23/936

(Continued)

(5)

- (c) প্ৰাচলৰ ভেদ নিয়ম প্ৰয়োগ কৰি তলৰ সমীকৰণটো সমাধান কৰা :

6

Apply the method of variation of parameters to solve the following equation :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + y = \sec x$$

অথবা / Or

সমাধান কৰা :

Solve :

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - 2x \frac{dy}{dx} + 2y = x^3$$

- (d) যি কোনো এটাৰ সমাধান কৰা :

5

Solve any one :

$$(i) (y^2 + yz) dx + (xz + z^2) dy + (y^2 - xy) dz = 0$$

$$(ii) (yz + xyz) dx + (zx + xyz) dy + (xy + xyz) dz = 0$$

4. (a) তলৰ আংশিক অৱকল সমীকৰণটোৰ ক্ৰম আৰু ঘাত লিখা :

2

Write the order and degree of the following partial differential equation :

$$\left(1 + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right)^2 = k \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^4$$

P23/936

(Turn Over)

(6)

- (b) তলত দিয়া সমীকৰণটোৰ পৰা এটা আংশিক অৱকল সমীকৰণ গঠন কৰা :

2

Form a partial differential equation from the following equation :

$$z = a(x+y) + b$$

- (c) চাৰপিটৰ নিয়মেৰে যি কোনো এটাৰ সমাধান কৰা :

6

Solve any one by Charpit's method :

(i) $z = p^2 + q^2$

(ii) $pxy + pq + qy = yz$

- (d) লাগ্ৰাঞ্জৰ নিয়মেৰে যি কোনো এটাৰ সমাধান কৰা :

6

Solve any one by Lagrange's method :

(i) $x^2 p + y^2 q = z^2$

(ii) $(1+y)p + (1+x)q = z$

5. (a) তলৰ সমীকৰণকেইটাৰ শ্ৰেণী বিভাজন কৰা :

3+3=6

Classify the following equations :

(i) $t \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - x \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} + \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + 2 \frac{\partial u}{\partial t} + 5 \frac{\partial u}{\partial x} = 0$

(ii) $x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2xy \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$

P23/936

(Continued)

(7)

- (b) যি কোনো দুটাৰ শ্ৰেণী বিভাজন কৰা :

2+2=4

Classify any two :

(i) $10 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} - 2 \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial z} = 0$

(ii) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0$

(iii) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + 3 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$

- (c) অধিবৃত্তীয় দ্বিতীয় ক্ৰমৰ আংশিক অৱকল সমীকৰণৰ এটা উদাহৰণ দিয়া ।

1

Write an example of parabolic second-order partial differential equation.

- (d) দ্বিতীয় ক্ৰমৰ আংশিক অৱকল সমীকৰণৰ সাধাৰণ ৰূপ লিখা ।

1

Write the general form of second-order partial differential equation.

P23/936

(Turn Over)

Paper : GE-2 (B)

(Econometrics)

1. শুদ্ধ উত্তৰটো বাছি উলিওৱা/উত্তৰ দিয়া : 1×8=8

Choose the correct answer/Answer the following :

(a) প্রথম প্রকাৰ ক্ৰটি কৰাৰ সম্ভাৱিতা হ'ল
Probability of committing type I error is

(i) দ্বিতীয় প্রকাৰ ক্ৰটি
type II error

(ii) সাৰ্থকতা স্তৰ
level of significance

(iii) সদায় শূন্য
always zero

(iv) অনিৰ্ণায়ক
indeterminate

(b) ডাৰবিন-ৱাট্চন d -সূচক তলৰ কোনটো নিৰ্ণয়ৰ বাবে ব্যৱহাৰ কৰা হয় ?

Which of the following is detected by Durbin-Watson d -statistic?

(i) বিষম-বিচালিতা
Heteroscedasticity

(ii) স্বয়ং সহসম্বন্ধ
Autocorrelation

(iii) বহু-সংবেখনতা

Multicollinearity

(iv) নিৰ্ধাৰণ সমস্যা

Specification problem

(c) প্রকট বহু-সংবেখনতাৰ ক্ষেত্ৰত

In case of severe multicollinearity

(i) t মানসমূহ মহত্বহীন হয়
 t values are insignificant

(ii) t মানসমূহ মহত্বপূৰ্ণ হয়
 t values are significant

(iii) আকলনসমূহ পক্ষপাতমূলক হয়
estimates are biased

(iv) ওপৰৰ এটাও নহয়
None of the above

(d) নিয়ন্ত্ৰিত R^2 ৰ সূত্র হ'ল

The formula for adjusted R^2 is

(i) $\bar{R}^2 = (1 - R^2) \frac{n - k}{n - 1}$

(ii) $\bar{R}^2 = (1 - R^2) \frac{n - 1}{n - k}$

(iii) $\bar{R}^2 = 1 - (1 - R^2) \frac{n - 1}{n - k}$

(iv) $\bar{R}^2 = 1 - R^2$

- (e) শুদ্ধ মডেল $Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \mu$ ব পরিবর্তে আকলন কৰা মডেল $Y = \beta_0^* + \beta_1^* X_1 + v$ হ'লে আকলকবোৰ হ'ব

If the estimated model $Y = \beta_0^* + \beta_1^* X_1 + v$ is the alternative model of $Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \mu$, then the estimators will be

- (i) অনিৰ্ণায়ক
indeterminate
- (ii) শূন্য
zero
- (iii) পক্ষপাত শূন্য
unbiased
- (iv) পক্ষপাতযুক্ত
biased
- (f) বিজ্ঞ প্রকল্পৰ সংজ্ঞা দিয়া।
Define null hypothesis.
- (g) স্বয়ং সহস্বন্ধৰ এটা কাৰণ উল্লেখ কৰা।
Mention one cause of autocorrelation.
- (h) BLUE মানে কি?
What is BLUE?

2. তলৰ যি কোনো চাৰিটাৰ ওপৰত চমু টোকা লিখা : 4×4=16

Write short notes on any four of the following :

- (a) পৰীক্ষা এটাৰ শক্তি
Power of a test
- (b) স্বয়ং সহস্বন্ধৰ পৰিণামসমূহ
Consequences of autocorrelation
- (c) সংস্থাপিত অভিধাৰণা
Classical assumptions
- (d) t-বণ্টন
t-distribution
- (e) সার্থকতা স্তৰ
Level of significance
- (f) নিৰ্ধাৰণ সমস্যাৰ পৰিণামসমূহ
Consequences of specification problem

3. (a) (i) χ^2 -পৰীক্ষাৰ ব্যৱহাৰসমূহ চমুকৈ আলোচনা কৰা। 5
Briefly discuss the uses of χ^2 -test.

- (ii) প্রথম প্রকার ক্রটি আৰু দ্বিতীয় প্রকার ক্রটিৰ মাজত পার্থক্য দৰ্শোৱা। প্রথম প্রকার ক্রটি আৰু সাৰ্থকতা স্তৰৰ মাজত সম্বন্ধ উল্লেখ কৰা। 5+2

Distinguish between type I and type II errors. State the relationship between type I error and level of significance.

অথবা / Or

- (b) (i) প্রাসামান্য বন্টন, t -বন্টন আৰু F -বন্টনৰ অর্থনীতিত ব্যৱহাৰ সম্পৰ্কে আলোচনা কৰা। 8

Discuss the uses of normal distribution, t -distribution and F -distribution in econometrics.

- (ii) আকলক এটাৰ পক্ষপাত শূন্য বৈশিষ্ট্যৰ বিষয়ে চমুকৈ ব্যাখ্যা কৰা। 4

Briefly explain the unbiasedness property of an estimator.

4. (a) সমাশ্রয়ণ সমীকৰণ $Y_i = \alpha + \beta X_i + u_i$ দিয়া থাকিলে গছ-মার্কভ উপপাদ্য প্রমাণ কৰা। 11

Given the regression equation $Y_i = \alpha + \beta X_i + u_i$, prove the Gauss-Markov theorem.

অথবা / Or

- (b) নিম্নপ্রদত্ত তথ্যৰ পৰা বৈখিক সমাশ্রয়ণ সমীকৰণ Y ৰ ওপৰত X আৰু X ৰ ওপৰত Y আকলন কৰা :

Estimate linear regression equations of Y on X and X on Y from the following data :

X : 10 8 5 4 2 1

Y : 4 6 5 6 8 9

5. (a) k -সংখ্যক চলক বৈখিক সমাশ্রয়ণ মডেল $Y = X\beta + u$ ৰ OLS আকলক β ৰ বৈশিষ্ট্যসমূহ উল্লেখ কৰি প্রমাণ কৰা। 11

Given the k -variable linear regression model $Y = X\beta + u$, state and prove the properties of the OLS estimator $\hat{\beta}$.

অথবা / Or

- (b) (i) R^2 আৰু নিয়ন্ত্ৰিত R^2 ৰ পার্থক্য দৰ্শোৱা। 5
Show the difference between R^2 and adjusted R^2 .

- (ii) সমাশ্রয়ণ সমীকৰণত মূক চলক কি কি কাৰণত অন্তর্ভুক্ত কৰা হয়? মূক চলক ফান্দে সৃষ্টি কৰা সমস্যাসমূহ কি? 3+3

Why we include dummy variable in regression equation? What is the problem created by dummy variable trap?

6. (a) পূর্ণ বহু-সংবেখনতা কি আৰু ইয়াৰ পৰিণাম কি? বহু-সংবেখনতা নিৰ্ণয় কৰাৰ উপায়সমূহ আলোচনা কৰা। 3+8

What is perfect multicollinearity and what is its consequence? Discuss the methods to detect multicollinearity.

অথবা / Or

- (b) বিষম-বিচালিতাৰ পৰিণামসমূহ কি কি? বিষম-বিচালিতা নিৰ্ণয় কৰা উপায়সমূহ আলোচনা কৰা। 3+8

What are the consequences of heteroscedasticity? Discuss the methods to detect heteroscedasticity.

7. (a) নিৰ্ধাৰণ সমস্যা (পক্ষপাত)ৰ প্ৰকাৰসমূহ কি কি? ধৰি লোৱা, এটা শুদ্ধ মডেল হ'ল $Y = \alpha + \beta_1 X_1 + u$. কিন্তু শুদ্ধ মডেলটোৰ পৰিৱৰ্তে তুমি আকলন কৰা মডেলটো হ'ল $Y = \alpha^* + \beta_1^* X_1 + \beta_2 X_2 + u$. ইয়াৰ পৰিণামসমূহ দৰ্শোৱা। 4+7

What are the types of specification problem (bias)? Suppose, a true model is $Y = \alpha + \beta_1 X_1 + u$. But instead of the true model you have estimated the model $Y = \alpha^* + \beta_1^* X_1 + \beta_2 X_2 + u$. Show the consequences.

অথবা / Or

- (b) নিৰ্ধাৰণ সমস্যা নিৰ্ণয় কৰা প্ৰচলিত পৰীক্ষাসমূহ আলোচনা কৰা। 11

Discuss the available tests to detect specification problem.
